COMPUTAÇÃO QUÂNTICA NÃO-ADIABÁTICA

http://arxiv.org/abs/0801.4014

Eduardo I. Duzzioni

Universidade Federal do ABC - UFABC

Apoio financeiro – UFABC

Instalações – Grupo de Óptica Quântica e Informação Quântica - UFSCar

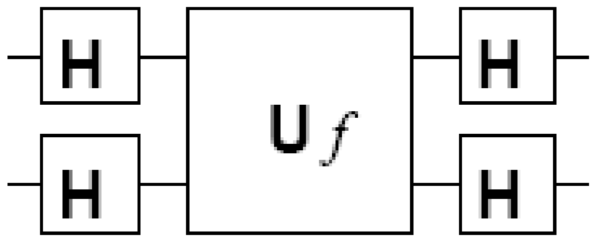
Tópicos

- ✓ **Computação quântica contínua no tempo**
- ✓ **Adiabaticidade**
- ✓ **Interpolação linear**
- ✓ **Invariantes dinâmicos**
- ✓ **Computação Quântica Não-Adiabática**

Computação Quântica contínua do tempo

Circuito quântico – tempo discreto

$$|\Psi(0)\rangle$$



$$|\Psi(T)\rangle$$

$$|\Psi(0)\rangle \Longrightarrow \mathrm{H(t)}\ ? \Longrightarrow |\Psi(T)\rangle$$

Adiabaticidade[1]

$|\Psi(0)\rangle$ - estado fundamental de $\mathrm{H}(0)$

?

$|\Psi(T)\rangle$ - estado fundamental de $\mathrm{H}(\mathrm{T})$

Teorema adiabático!

$$g_{\min} >> \varepsilon \quad \begin{cases} \varepsilon = \max\limits_{0 \leq t \leq T} \left| \left\langle E_k, t \left| \dfrac{d}{dt} \right| E_j, t \right\rangle \right| \\[2ex] g_{\min} = \min\limits_{0 \leq t \leq T} \left| E_k(t) - E_l(t) \right| \end{cases}$$

[1]E. Farhi et al., Science **292**, 472 (2001).

Interpolação linear

Interpolação do hamiltoniano:

$$H(t) = [1 - s(t)]H_0 + s(t)H_1 .$$

onde $s(0)=0$ e $s(T)=1$ ($s(t)=t/T$).

Invariantes dinâmicos

$$\frac{\partial I}{\partial t} + i\,[H, I] = 0,$$

$$I(t)|\varphi_i(t)\rangle = \lambda_i|\varphi_i(t)\rangle,$$

Solução da Equação de Schrödinger

$$|\psi(t)\rangle = \sum_i c_i(t)|\varphi_i(t)\rangle$$

$$\begin{array}{ccc} |\Psi(0)\rangle & & |\varphi_0(0)\rangle \\ & \Longrightarrow & \\ |\Psi(s=1)\rangle & & |\varphi_0(1)\rangle \end{array}$$

Correspondência

Evolução adiabática

Evolução não-adiabática

$$H(t)|\psi(t)\rangle = i|\dot{\psi}(t)\rangle \Rightarrow \frac{\partial I(t)}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}[H(t), I(t)] = 0$$

$$H(t)|E_i(t)\rangle = E_i|E_i(t)\rangle \Rightarrow I(t)|\varphi_i(t)\rangle = \lambda_i|\varphi_i(t)\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle \simeq e^{i\phi_i(t)}|E_i(t)\rangle \Rightarrow |\psi(t)\rangle = e^{i\varphi_i}|\varphi_i(t)\rangle$$

Preço: Evol. Adiabática

Preço: Encontrar I(t)

Computação Quântica Não-adiabática

$$\frac{\partial I(s)}{\partial s} + iT\left[H(s,T), I(s)\right] = 0$$

Estado inicial: $|\varphi_0(0)\rangle$

$$I(0) = \mathbf{1} - |\varphi_0(0)\rangle\langle\varphi_0(0)|$$

Estado final: $|\varphi_0(1)\rangle$

$$I(1) = \mathbf{1} - |\varphi_0(1)\rangle\langle\varphi_0(1)|$$

Conexão:

$$|\varphi_0(1)\rangle = U|\varphi_0(0)\rangle$$

Interpolação unitária

$$I(s) = \widetilde{U}(s) I(0) \widetilde{U}^{\dagger}(s)$$

onde escolhemos

$$\widetilde{U}(s) = \exp\left(\frac{i\pi s}{2} U\right)$$

impondo

$UU^{\dagger} = \mathbf{1}$ e $U = U^{\dagger}$ $\Longrightarrow$ $U^2 = \mathbf{1}$

obtemos

$$\widetilde{U}(s) = \cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)\mathbf{1} + i\sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) U$$

Portanto, $H = -\frac{\pi}{2T} U$

Algoritmo de Deutsch

Tarefa: Descobrir se a função f(x) é constante ou balanceada.

$$f:\{0,1\} \to \{0,1\} \Rightarrow \begin{cases} f(0)=f(1)=0 & (\text{constant}), \\ f(0)=f(1)=1 & (\text{constant}), \\ f(0)=0,\ f(1)=1 & (\text{balanced}), \\ f(0)=1,\ f(1)=0 & (\text{balanced}). \end{cases}$$

$$|\varphi_0(0)\rangle = |+\rangle \Rightarrow I(0) = \omega|-\rangle\langle-|$$

$$|\pm\rangle = (|0\rangle \pm |1\rangle)/\sqrt{2},$$

$$U|x\rangle = (-1)^{f(x)}|x\rangle$$

$$U = \mathrm{diag}[(-1)^{f(0)}, (-1)^{f(1)}]$$

$$|\varphi_0(1)\rangle = U|\varphi_0(0)\rangle = \xi_+|+\rangle + \xi_-|-\rangle$$

$$\xi_\pm = (1/2)[(-1)^{f(0)} \pm (-1)^{f(1)}]$$

Se $\xi_+ = 1 \text{ and } \xi_- = 0$ $\quad |\varphi_0(1)\rangle = |+\rangle$

f(x) é constante

Se $\xi_+ = 0 \text{ and } \xi_- = 1$ $\quad |\varphi_0(1)\rangle = |-\rangle$

f(x) é balanceada

Valeu!!!!